Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTSA GEMEAU

Traitement de données - Toutes options

Session 2022 • Code sujet : **2022-BTS103-RPL-ME-RE-MA** • Durée : **180 minutes**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Lois normales et estimation de la masse des saumons (9 questions) **Page 3**

2. Marques de morsures et estimation d’une proportion (6 questions) **Page 6**

3. Modélisation et comparaison de la croissance des saumons (10 questions) **Page 8**

4. Ce qu’il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsagemeau.fr/assets/annales/btsa-gemeau/E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques/2022/BTSA GEMEAU - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Lois normales et estimation de la masse des saumons

Une usine de conditionnement trie les saumons selon leur masse, modélisée par une loi normale, et étudie la masse moyenne d'échantillons. Un contrôle qualité porte aussi sur 16 produits annoncés à 3 kg, à partir desquels la masse moyenne est estimée.

Partie A

Question 1.a. À l'aide du graphique de la densité, déterminer la masse moyenne des saumons de la production et justifier la réponse.

La densité d'une loi normale est symétrique autour de son espérance et atteint son maximum en ce point. Sur le graphique, le sommet est situé à 3,5 kg. Cette valeur est donc le centre de symétrie de la distribution et correspond à la masse moyenne des saumons de la production.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La masse moyenne des saumons est de 3,5 kg, valeur correspondant au centre et au maximum de la densité normale.

Question 1.b. À l'aide du graphique, déterminer la probabilité qu'un saumon pris au hasard soit utilisé pour des préparations culinaires, puis la probabilité qu'il soit conditionné en saumon fumé tranché.

L'aire à gauche de 2,5 kg est indiquée sur le graphique : elle vaut 0,091. C'est la probabilité qu'un saumon soit utilisé pour des préparations culinaires. Le graphique est symétrique autour de 3,5 kg, et les seuils 2,5 kg et 4,5 kg sont à égale distance de ce centre. L'aire à droite de 4,5 kg vaut donc également 0,091.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Probabilité de préparations culinaires : 0,091. Probabilité de saumon fumé tranché : 0,091.

Question 1.c. Déduire la probabilité qu'un saumon pris au hasard dans la production soit conditionné en pavé.

Les trois catégories de conditionnement sont disjointes et couvrent l'ensemble des saumons. La probabilité d'être conditionné en pavé est donc le complément des probabilités correspondant aux deux autres catégories. En utilisant les aires lues sur le graphique, on obtient : $1 - 0,091 - 0,091 = 0,818$. Les saumons dont la masse est comprise entre 2,5 kg et 4,5 kg représentent ainsi 81,8 % de la production.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu'un saumon soit conditionné en pavé est de 0,818, soit 81,8 % de la production.

Question 2.a. **En supposant que la masse individuelle suit une loi normale d'espérance 3,5 kg et d'écart-type 0,75 kg, donner la loi de la variable aléatoire associant à chaque échantillon de 100 saumons sa masse moyenne.**

La masse moyenne d'un échantillon de 100 saumons suit une loi normale, puisque les masses individuelles suivent une loi normale et que les prélèvements sont indépendants. Son espérance est celle de la masse individuelle : 3,5 kg. Son écart-type vaut $0,75/\sqrt{100} = 0,075$ kg. Ainsi, la variable aléatoire $\overline{X}$ suit une loi normale d'espérance 3,5 kg et d'écart-type 0,075 kg.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\overline{X} \sim \mathcal{N}(3,5\ ;\ 0,075^2)$, soit une espérance de 3,5 kg et un écart-type de 0,075 kg.

Question 2.b. **Calculer la probabilité que la masse moyenne d'un échantillon de 100 saumons soit comprise entre 3,35 kg et 3,65 kg.**

L'écart-type de $\overline{X}$ vaut 0,075 kg. Les deux bornes sont à 0,15 kg de l'espérance, donc à deux écarts-types : $(3,35-3,5)/0,075 = -2$ et $(3,65-3,5)/0,075 = 2$. Par symétrie de la loi normale centrée réduite, la probabilité cherchée vaut $2\Phi(2)-1$. La table donne $\Phi(2) = 0,9772$, d'où 0,9544, soit 0,954 à 10^{-3} près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que la masse moyenne d'un échantillon soit comprise entre 3,35 kg et 3,65 kg est de 0,954.

Question 2.c. **Calculer la probabilité que la masse moyenne d'un échantillon de 100 saumons soit inférieure ou égale à 3,30 kg, puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.**

La variable $\overline{X}$ suit une loi normale d'espérance 3,5 kg et d'écart-type 0,075 kg. La valeur 3,30 kg correspond à la variable centrée réduite $(3,30-3,5)/0,075 \approx -2,667$. La probabilité cumulée est alors environ 0,0038, soit 0,004 à 10^{-3} près. Dans le contexte, environ 4 échantillons sur 1 000 de 100 saumons auraient une masse moyenne inférieure ou égale à 3,30 kg.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(\overline{X} \leq 3,30) \approx 0,004$: environ 0,4 % des échantillons de 100 saumons ont une masse moyenne au plus égale à 3,30 kg.

Partie B

Question 1. À partir des masses des 16 produits conditionnés consignées dans le tableau, déterminer une estimation ponctuelle de la masse moyenne d'un produit de l'usine.

L'estimation ponctuelle de la masse moyenne est la moyenne des 16 mesures. Leur somme est 47,218 kg ; on divise par l'effectif : $47,218/16 = 2,951125$ kg. Arrondie à 10^{-3} près, cette moyenne observée estime la masse moyenne de l'ensemble des produits conditionnés de l'usine.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'estimation ponctuelle de la masse moyenne d'un produit conditionné est de 2,951 kg.

Question 2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la masse moyenne d'un produit conditionné dans cette usine, au niveau de confiance 0,95.

La masse est normale et son écart-type est inconnu : on utilise la loi de Student à $16 - 1 = 15$ degrés de liberté. L'écart-type observé vaut environ 0,113 kg. Pour un intervalle bilatéral de confiance à 95 %, la table donne $t_{0,975;15} = 2,13$. La marge d'erreur vaut $2,13 \times 0,113/\sqrt{16} \approx 0,060$ kg. L'intervalle est donc la moyenne observée, 2,951 kg, plus ou moins cette marge.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'intervalle de confiance à 95 % de la masse moyenne est [2,891 kg ; 3,011 kg].

Question 3. Déterminer si la masse du produit est conforme à ce qui est écrit sur l'étiquette et justifier la réponse.

L'intervalle de confiance à 95 % obtenu pour la masse moyenne est [2,891 ; 3,011] kg. La valeur de l'étiquette, 3 kg, appartient à cet intervalle. Le contrôle ne met donc pas en évidence de différence entre la masse moyenne réelle et la masse annoncée au niveau de confiance de 95 %. La moyenne observée est inférieure à 3 kg, mais cet écart reste compatible avec les variations d'échantillonnage.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La masse moyenne est compatible avec l'étiquette de 3 kg au niveau de confiance de 95 %, car 3 kg appartient à l'intervalle.

2. Marques de morsures et estimation d'une proportion

Dans un bassin aquacole, la probabilité qu'un saumon présente des marques de morsures est supposée égale à 0,15. L'exercice étudie le nombre de saumons concernés parmi 20, puis estime la proportion dans une nouvelle production à partir d'un échantillon de 100 poissons.

Partie A

Question 1. Pour un échantillon de 20 saumons prélevés au hasard, donner en justifiant la loi suivie par la variable aléatoire qui compte les saumons présentant des marques de morsures, et préciser ses paramètres.

Chaque prélèvement est une épreuve de Bernoulli : un saumon présente des marques avec la probabilité 0,15. Le tirage avec remise rend les 20 épreuves indépendantes, et X compte les saumons marqués.

La loi est donc binomiale, de paramètres n = 20 et p = 0,15.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(20\,;\,0{,}15)$.

Question 2.a. Calculer la probabilité que l'échantillon contienne exactement 5 saumons présentant des marques de morsures.

Pour obtenir exactement 5 saumons marqués parmi 20, on choisit les 5 saumons concernés, puis on multiplie par la probabilité de cette configuration : $P(X = 5) = \binom{20}{5}(0{,}15)^5(0{,}85)^{15}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 5) \approx 0{,}103$.

Question 2.b. Calculer la probabilité que l'échantillon contienne au moins 5 saumons présentant des marques de morsures.

L'événement « au moins 5 » est le complément de « au plus 4 ».

$P(X \geq 5) = 1 - \sum_{k=0}^{4} \binom{20}{k}(0{,}15)^k(0{,}85)^{20-k} \approx 0{,}170$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X \geq 5) \approx 0{,}170$.

Partie B

Question 1. À partir de la fréquence observée de 10 % parmi les 100 saumons de la nouvelle production, donner une estimation ponctuelle de la proportion de saumons présentant des marques de morsures.

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue est la fréquence observée dans l'échantillon. La fréquence donnée est de 10 % parmi les 100 saumons prélevés.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{p} = 0{,}10$, soit 10 %.

Question 2. Estimer par un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 la proportion de saumons présentant des marques de morsures dans la nouvelle production.

Avec la formule usuelle de l'intervalle de confiance à 95 % d'une proportion, la marge vaut $1/\sqrt{n}$. Ici, $f = 0{,}10$ et $n = 100$.

Borne	Calcul	Valeur
Inférieure	0,10 − 1/√100	0
Supérieure	0,10 + 1/√100	0,20

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : [0 ; 0,20], soit [0 % ; 20 %].

Question 3. Évaluer, en justifiant, la pertinence de l'affirmation du responsable selon laquelle la proportion de saumons présentant des marques de morsures n'est plus de 15 %.

L'intervalle de confiance à 95 % contient la proportion de 15 % annoncée précédemment. Les observations ne permettent donc pas de conclure que cette proportion a changé.

- 15 % est compatible avec l'échantillon.
- La fréquence observée de 10 % ne suffit pas à établir une baisse.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'affirmation n'est pas étayée : 15 % appartient à l'intervalle [0 % ; 20 %].

3. Modélisation et comparaison de la croissance des saumons

Une expérimentation fournit huit couples de données reliant le nombre de jours d'alimentation à la masse d'un saumon transgénique, avec un graphique de l'ajustement affine. L'exercice construit un modèle exponentiel, puis compare la masse après 500 jours et le temps nécessaire pour atteindre 5 kg avec ceux d'un saumon non transgénique.

Partie A : le saumon transgénique

Question 1. À partir du nuage de points et de son ajustement affine, expliquer pourquoi un ajustement affine n'est pas adapté.

1. Le nuage de points est incurvé vers le haut : les masses n'augmentent pas à rythme constant.
2. La droite d'ajustement s'écarte des points, en particulier pour les jours d'alimentation les plus élevés. Un modèle affine, qui traduit une croissance linéaire, ne décrit donc pas correctement ces données. Un modèle exponentiel est mieux adapté à cette croissance accélérée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La croissance s'accélère et le nuage est incurvé : l'ajustement affine n'est pas adapté.

Question 2. En posant $z_i = \ln(y_i)$, calculer à la calculatrice le coefficient de détermination entre les variables X et Z, puis interpréter le résultat.

On calcule d'abord les valeurs transformées selon $z_i = \ln(y_i)$, puis le coefficient de détermination de la régression de Z en X. On obtient $R^2 \approx 0{,}998$. Ainsi, environ 99,8 % de la variation de Z est expliquée par l'ajustement affine en X. Cette forte linéarité après transformation logarithmique confirme qu'un modèle exponentiel convient à la masse Y.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $R^2 \approx 0{,}998$: la relation entre X et Z est très fortement linéaire.

Question 3. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression affine de Z en X. Arrondir les coefficients à 10^{-4} près.

1. On transforme les huit masses en calculant $z_i = \ln(y_i)$, puis on effectue la régression affine de Z en X.
2. La pente obtenue est environ $0{,}00535798$, et l'ordonnée à l'origine environ $4{,}9302367$. En arrondissant les deux coefficients à 10^{-4} près, comme demandé, on obtient l'équation de la droite de régression.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $z = 0{,}0054x + 4{,}9302$.

Question 4. Déduire une relation de la forme y = k e^(bx), avec k arrondi à 10⁻¹ près.

Comme $z = \ln(y)$, l'équation de régression donne $\ln(y) = 0{,}0054x + 4{,}9302$. En exponentiant, on obtient $y = e^{4{,}9302}e^{0{,}0054x}$. Le facteur constant vaut environ $138{,}4$, arrondi au dixième. La masse y est en grammes et x représente le nombre de jours d'alimentation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 138{,}4e^{0{,}0054x}$, avec y en grammes.

Question 5. Déterminer à partir de combien de jours d'alimentation les saumons transgéniques devraient atteindre une masse de 5 kg. Arrondir à l'unité.

1. Le seuil demandé est $5\,000$ g, car 5 kg équivaut à $5\,000$ g.
2. Avec le modèle obtenu, on résout $5\,000 = 138{,}4e^{0{,}0054x}$, d'où $x = \ln(5\,000/138{,}4)/0{,}0054$. L'arrondi à l'unité donne le nombre de jours d'alimentation nécessaire pour atteindre ce seuil.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Environ 664 jours d'alimentation.

Partie B : le saumon non transgénique

Question 1. Avec le modèle de croissance fourni, y = 85,16 e^(0,004x), estimer la masse en grammes d'un saumon non transgénique après 500 jours d'alimentation.

Le modèle non transgénique est $y = 85{,}16e^{0{,}004x}$, avec y en grammes. Pour $x = 500$ jours, on obtient $y = 85{,}16e^{0{,}004\times 500} = 85{,}16e^{2} \approx 629{,}3$. Cette durée est inférieure à 1 200 jours, limite jusqu'à laquelle le sujet indique que le modèle reste valide.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Après 500 jours, la masse estimée est de $629{,}3$ g.

Question 2. Déterminer le nombre de jours d'alimentation au bout duquel le saumon non transgénique atteint une masse de 5 kg. Arrondir à l'unité.

1. On convertit la masse cible : 5 kg $= 5\,000$ g.
2. On résout $5\,000 = 85{,}16e^{0{,}004x}$, soit $x = \ln(5\,000/85{,}16)/0{,}004$. Après arrondi à l'unité, la durée obtenue est inférieure à 1 200 jours : le calcul reste donc dans le domaine de validité annoncé pour le modèle.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Environ 1 018 jours d'alimentation.

Partie C : comparaison des deux modes d'élevage

Question 1. À partir des questions précédentes, estimer le gain de masse après 500 jours d'alimentation entre les deux modes d'élevage.

À 500 jours, le modèle transgénique estime la masse à $138{,}4e^{0{,}0054\times 500} \approx 2\,059{,}4$ g. Le modèle non transgénique donne $85{,}16e^{0{,}004\times 500} \approx 629{,}3$ g. Les deux masses étant exprimées en grammes, leur différence donne directement le gain de masse estimé pour le mode transgénique.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Gain estimé : environ $1\,430{,}1$ g, soit $1{,}43$ kg, en faveur du mode transgénique.

Question 2. Déterminer le gain de temps d'élevage pour atteindre une masse de 5 kg entre les deux modes d'élevage.

1. Le modèle transgénique prévoit l'atteinte de 5 kg après 664 jours, à l'unité près.
2. Le modèle non transgénique prévoit cette masse après 1 018 jours. La différence des durées, $1\,018 - 664$, mesure le gain de temps d'élevage estimé en faveur du saumon transgénique.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Le mode transgénique permet d'atteindre 5 kg environ 354 jours plus tôt.

Question 3. Commenter les résultats de la comparaison des deux modes d'élevage.

Les modèles estiment qu'après 500 jours, le saumon transgénique est plus lourd d'environ $1{,}43$ kg. Ils prévoient aussi qu'il atteint 5 kg environ 354 jours avant le saumon non transgénique. La comparaison indique donc une croissance et un cycle d'élevage plus rapides. Elle porte sur les estimations des modèles, et non sur la masse adulte, qui n'est pas annoncée comme supérieure dans le sujet.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Le mode transgénique accélère fortement la croissance et réduit la durée d'élevage estimée, sans nécessairement augmenter la masse adulte.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de traitement de données du BTSA, session 2022 de remplacement, code 2022-BTS103-RPL-ME-RE-MA, d'une durée de 180 minutes, sans coefficient imprimé. À partir de situations d'aquaculture et de conditionnement du saumon, elle évalue les lois normales et binomiales, l'estimation et les intervalles de confiance, la régression exponentielle, ainsi que la comparaison de modèles de croissance.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour la moyenne d'un échantillon de n observations indépendantes, l'espérance est μ et l'écart-type est σ/√n.
- Si X compte les succès de n essais indépendants de probabilité p, alors X suit une loi binomiale de paramètres n et p.
- La moyenne observée estime ponctuellement une moyenne de population ; la fréquence observée f estime une proportion p.
- La transformation z = ln(y) linéarise le modèle y = k e^(bx) : ln(y) = ln(k) + bx.

Points de vigilance & attentes du jury

- Distinguer la masse individuelle de la moyenne d'échantillon et utiliser σ/√n pour l'écart-type de cette moyenne.
- Traduire précisément « exactement », « au moins » et les bornes d'un intervalle dans les calculs de probabilité.
- Pour un intervalle de confiance, identifier les données disponibles, préciser le niveau de confiance et conserver les unités.
- Dans les comparaisons de croissance, exprimer les masses dans la même unité et interpréter séparément les gains de masse et de temps.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la loi de la moyenne d'un échantillon de saumons ?

Si les masses individuelles suivent une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ, la moyenne de n observations indépendantes suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ/√n. Ici, n vaut 100.

Q : Comment reconnaître la loi binomiale dans la question sur les morsures ?

Chaque saumon constitue un essai à deux issues, avec une probabilité constante de morsure égale à 0,15. Le tirage étant assimilé à un tirage avec remise, le nombre de saumons marqués suit une loi binomiale de paramètres 20 et 0,15.

Q : Comment répartir le temps pendant cette épreuve de 180 minutes ?

Les trois exercices valent respectivement 7, 5 et 8 points. On peut répartir le temps en fonction de ces poids, tout en gardant quelques minutes pour vérifier les calculs, les unités, les arrondis et les interprétations.

Q : Que faut-il présenter pour justifier le modèle exponentiel et la comparaison ?

Il faut analyser le coefficient de détermination entre X et Z, présenter la droite de régression de Z en X, puis déduire le modèle exponentiel. Pour comparer les saumons, il faut respecter les unités et interpréter les écarts de masse et de durée.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsagemeau.fr/assets/annales/btsa-gemeau/E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques/2022/BTSA GEMEAU - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTSA Gestion et Maîtrise de l\ : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.