Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTSA GEMEAU

Traitement de données - Toutes options

Session 2020 • Code sujet : **2020-BTS103-NOR-ME-RE** • Durée : **180 minutes**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Proportion de plants de muguet attaqués par un parasite (5 questions) **Page 3**

2. Loi conjointe, indépendance et gain sur les compositions de muguet (4 questions) **Page 5**

3. Dépendance entre la couleur du muguet et l'intensité du parfum (1 question) **Page 7**

4. Modélisation du nombre de lots vendus en fonction du prix (4 questions) **Page 8**

5. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btsagemeau.fr/assets/annales/btsa-gemeau/E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques/2020/BTSA GEMEAU - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - Session 2020 - 1-Sujet.pdf

1. Proportion de plants de muguet attaqués par un parasite

Un horticulteur observe des chenilles d'hépiale dans une serre de muguet et cherche à estimer la proportion de plants attaqués. L'exercice étudie ensuite le nombre et la proportion de plants atteints dans des échantillons de taille 200.

Partie A

Question Partie A. Sur un échantillon aléatoire de 150 plants, 13 sont attaqués. En assimilant le tirage à un tirage avec remise, déterminer une estimation de la proportion des plants de la serre attaqués par intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95.

La fréquence observée est $f = 13/150 \approx 0,087$. Avec la formule de l'intervalle de confiance à 95 % : $[f - 1/\sqrt{150}\,;\ f + 1/\sqrt{150}] = [0,005\,;\ 0,168]$, après arrondi au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $p \in [0,005\,;\ 0,168]$, soit de 0,5 % à 16,8 %.

Partie B, question 1

Question 1.a. On suppose que la proportion de plants attaqués est égale à 0,09. Pour un échantillon aléatoire simple de 200 plants, déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui compte les plants attaqués.

Chaque plant a une probabilité $0,09$ d'être attaqué. Le nombre d'attaqués parmi 200 plants suit donc une loi binomiale de paramètres 200 et $0,09$. Pour $k \in \{0, \dots, 200\}$, $P(X = k) = \binom{200}{k}(0,09)^k(0,91)^{200-k}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(200\,;\ 0,09)$.

Question 1.b. À partir de la loi de X, déterminer P(X ≥ 20) et interpréter cette probabilité dans le contexte de l'exercice.

La probabilité recherchée est la somme des probabilités binomiales de $k = 20$ à 200, soit le complément de $P(X \leq 19)$. Elle mesure la chance qu'un échantillon de 200 plants compte au moins 20 plants attaqués, si la proportion réelle d'attaqués est $0,09$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X \geq 20) \approx 0,345$, soit environ 34,5 %.

Partie B, question 2

Question 2.a. Pour la variable aléatoire F, qui associe à chaque échantillon de 200 plants la proportion de plants attaqués, justifier que sa loi peut être approchée par une loi normale et en préciser les paramètres.

Comme $F = X/200$, son espérance vaut $0,09$ et sa variance $0,09 \times 0,91/200 = 0,0004095$. L'approximation normale est justifiée car $200 \times 0,09 = 18$ et $200 \times 0,91 = 182$ sont suffisamment grands. L'écart-type vaut environ $0,020$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> F est approximativement de loi normale, de moyenne $0,09$ et de variance $0,0004095$, soit $\mathcal{N}(0,09\,;\,0,020^2)$.

Question 2.b. À l'aide de l'approximation normale de la loi de F, déterminer la probabilité que moins de 12 % des plants de l'échantillon soient attaqués.

Le score réduit du seuil est $z = (0,12 - 0,09)/\sqrt{0,09 \times 0,91/200} \approx 1,483$. Ainsi, $P(F < 0,12) \approx \Phi(1,483)$. La table donne environ $0,931$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(F < 0,12) \approx 0,931$, soit 93,1 %.

2. Loi conjointe, indépendance et gain sur les compositions de muguet

Un magasin vend des compositions de un à trois brins de muguet, classés selon trois stades de floraison. Un tableau de probabilités issu des ventes précédentes permet d'étudier le nombre de brins et le stade de floraison, puis le gain réalisé sur une composition vendue.

Question 1. Vérifier que les valeurs du tableau définissent bien la loi de probabilité du couple de variables aléatoires (X, Y), où X est le nombre de brins de la composition et Y son stade de floraison.

Pour qu'un tableau définisse la loi d'un couple, toutes ses probabilités doivent être positives ou nulles et leur somme doit être égale à 1. Ici, les neuf valeurs sont positives. Les sommes par ligne sont également utiles pour obtenir la loi marginale de X et vérifier les questions suivantes.

X	Somme des probabilités
1	0,24
2	0,40
3	0,36
Total	1

La somme totale vaut donc 1 : le tableau définit bien la loi de probabilité de (X, Y).

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Les probabilités sont positives et leur somme vaut 1 : le tableau définit bien la loi de (X, Y).

Question 2. Déterminer si les variables aléatoires X et Y sont indépendantes et justifier la réponse.

Si X et Y étaient indépendantes, chaque probabilité conjointe serait égale au produit des probabilités marginales correspondantes. Le tableau donne $P(X = 1) = 0,24$ et $P(Y = 0) = 0,30$, donc leur produit est $0,072$. Or, la probabilité conjointe vaut $P(X = 1, Y = 0) = 0,06$. Ces valeurs étant différentes, la condition d'indépendance n'est pas vérifiée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X et Y ne sont pas indépendantes : $0,06 \neq 0,24 \times 0,30 = 0,072$.

Question 3

Question 3.a. Le prix de vente est de 10 € pour une composition d'un brin, 13 € pour deux brins et 16 € pour trois brins. Le coût est de 2 € par brin, quelle que soit la floraison. Déterminer la loi de probabilité de Z, le gain réalisé par la vente d'une composition.

Le gain Z est égal au prix de vente diminué du coût des brins. Il dépend uniquement du nombre de brins X, et non du stade de floraison. On additionne donc, pour chaque valeur de X, les probabilités des trois stades correspondants. Cela donne la loi suivante :

Nombre de brins X	Gain Z (€)	Probabilité
1	10 − 2 × 1 = 8	0,24
2	13 − 2 × 2 = 9	0,40
3	16 − 2 × 3 = 10	0,36

Les probabilités de Z totalisent 1, comme attendu pour une loi de probabilité.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(Z = 8) = 0,24$, $P(Z = 9) = 0,40$, $P(Z = 10) = 0,36$.

Question 3.b. Déterminer l'espérance de Z et interpréter sa valeur dans le contexte de l'exercice.

L'espérance de Z est la moyenne des gains pondérés par leurs probabilités : $E(Z) = 8 \times 0,24 + 9 \times 0,40 + 10 \times 0,36 = 9,12$. Cette valeur représente le gain moyen attendu pour une composition vendue, si le magasin réalise un grand nombre de ventes dans les mêmes conditions. Elle ne garantit pas le gain d'une vente particulière.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le gain moyen attendu est de 9,12 € par composition.

3. Dépendance entre la couleur du muguet et l’intensité du parfum

Le producteur cultive des muguets à fleurs blanches et roses destinés à produire des essences, dont le parfum est classé très intense ou peu intense. Un parfumeur évalue 60 brins blancs et 45 brins roses pour déterminer, au seuil de risque 0,05, si l’intensité dépend de la couleur.

Question. Parmi 60 brins à fleurs blanches, 22 ont un parfum très intense. Parmi 45 brins à fleurs roses, 19 ont un parfum peu intense. Peut-on affirmer, au seuil de risque 0,05, que l’intensité du parfum dépend de la couleur du muguet ?

On teste l’indépendance entre la couleur et l’intensité. Les effectifs observés sont :

Couleur	Très intense	Peu intense	Total
Blanche	22	38	60
Rose	26	19	45
Total	48	57	105

Sous l’hypothèse d’indépendance, les effectifs théoriques sont 27,429 ; 32,571 ; 20,571 et 24,429, tous supérieurs à 5. Le test du khi-deux s’applique avec un degré de liberté. La statistique vaut $\chi^2 = \frac{105(22\times19-38\times26)^2}{60\times45\times48\times57} \approx 4{,}618$. Le seuil critique au risque de 0,05 est 3,84. Comme 4,618 est supérieur à 3,84, on rejette l’hypothèse d’indépendance.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Au seuil de 0,05, les données indiquent que l’intensité du parfum dépend de la couleur du muguet.

4. Modélisation du nombre de lots vendus en fonction du prix

Le producteur enquête auprès de ses clients grossistes pour estimer le nombre de lots de 100 brins potentiellement vendus selon le prix proposé. Il compare des modèles d'ajustement à partir des données, des coefficients de corrélation et des résidus, puis estime un chiffre d'affaires.

Question 1. À partir du tableau des prix et nombres de lots potentiellement vendus, de la droite n = -2,32p + 496, de son coefficient de corrélation linéaire égal à -0,957 et du nuage de points, donner deux arguments en faveur du rejet du modèle linéaire.

Le coefficient $r = -0,957$ traduit une corrélation forte, mais pas une relation parfaitement linéaire. Surtout, le nuage montre une courbure : aux extrémités, les points sont au-dessus de la droite, tandis que plusieurs points centraux sont en dessous. Les écarts sont donc structurés et non répartis au hasard. Par exemple, pour 100 €, la droite prévoit 264 lots au lieu de 300 ; pour 200 €, elle en prévoit 32 au lieu de 60.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le nuage est courbe et les résidus sont structurés ; la relation linéaire est inadaptée.

Question 2

Question 2.a. Avec $y_i = \ln(n_i)$ et $z_i = 1/n_i$, déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre P et Y, puis entre P et Z.

On calcule les corrélations avec les six couples $(p_i, \ln(n_i))$, puis les six couples $(p_i, 1/n_i)$. Pour P et Y, la somme des produits des écarts à la moyenne vaut environ $-113,951$; pour P et Z, elle vaut $0,95$. Le calcul du coefficient de corrélation donne, au millième, $-0,996$ et $0,989$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $r(P, Y) = -0,996$; $r(P, Z) = 0,989$.

Question 2.b. À l'aide de l'ensemble des informations obtenues, notamment des coefficients de corrélation et des graphiques des résidus des modèles A et B, expliquer pourquoi la relation la plus adaptée est n = e^(-0,016p + 7,28).

Le modèle A est plus pertinent : la corrélation entre P et $Y = \ln(N)$ est $-0,996$, plus proche de -1 que la corrélation entre P et Z, égale à $0,989$, ne l'est de 1. De plus, les résidus du modèle A ne présentent pas de structure nette, contrairement à ceux du modèle B. L'ajustement affine de Y conduit ainsi, après exponentiation, à la relation proposée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le modèle A convient le mieux : $n = e^{-0,016p+7,28}$.

Question 2.c. À l'aide du modèle n = e^(-0,016p + 7,28), déterminer le chiffre d'affaires prévu si le producteur vend ses lots au prix de 130 €.

Pour $p = 130$, le nombre de lots estimé est $n = e^{-0,016 \times 130 + 7,28} = e^{5,2} \approx 181,272$. Le chiffre d'affaires prévu est donc le prix d'un lot multiplié par ce nombre estimé : $130e^{5,2} \approx 23\,565,4$ euros. Le modèle donnant une estimation, le nombre de lots n'a pas à être un entier dans le calcul.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Chiffre d'affaires prévisionnel : environ 23 565 €.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2020)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de traitement de données du BTSA, session 2020 Métropole - Réunion, porte le code 2020-BTS103-NOR-ME-RE et dure 180 minutes, sans coefficient imprimé. Autour de la production et de la vente de muguet, elle évalue l'estimation par intervalle, les lois binomiale et normale, les probabilités conjointes, l'indépendance, un test du Khi-2, les ajustements statistiques et l'estimation d'un chiffre d'affaires.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour une fréquence observée f sur n observations, l'intervalle de confiance à 95 % du cours s'appuie sur f ± 1/√n.
- Si X compte les plants attaqués dans n essais indépendants de probabilité p, alors X suit une loi binomiale B(n,p).
- La proportion F associée à B(n,p) a pour moyenne p et écart-type √(p(1-p)/n), paramètres de son approximation normale.
- Pour un ajustement exponentiel, la transformation Y = ln(N) permet d'ajuster P et Y par une droite, puis de revenir à N = e^Y.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier les hypothèses et les paramètres avant d'utiliser une approximation normale, puis respecter le sens de l'inégalité demandée.
- Pour une loi conjointe, vérifier que les probabilités sont positives et que leur somme vaut 1.
- Dans le test du Khi-2, comparer la statistique calculée à la valeur critique correspondant au seuil et aux degrés de liberté.
- Pour le chiffre d'affaires, multiplier le prix par le nombre de lots estimé par le modèle et préciser l'unité.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment obtenir la loi du nombre de plants attaqués dans un échantillon ?

Chaque plant est considéré comme attaqué avec probabilité p, indépendamment des autres. Pour un échantillon de taille n, le nombre X de plants attaqués suit donc une loi binomiale B(n,p).

Q : Comment déterminer les paramètres de l'approximation normale d'une proportion ?

Pour une proportion calculée sur n essais de probabilité p, la moyenne est p et l'écart-type vaut √(p(1-p)/n). Il faut justifier que les effectifs attendus de succès et d'échecs permettent l'approximation.

Q : Comment organiser le temps dans cette épreuve de quatre exercices ?

L'épreuve dure 180 minutes et chaque exercice vaut 5 points. Répartissez le temps entre les quatre exercices en fonction des difficultés, puis gardez quelques minutes pour vérifier calculs, arrondis au 10^{-3} et interprétations.

Q : Que faut-il justifier pour tester la dépendance entre couleur et intensité du parfum ?

Présentez les hypothèses d'indépendance, les effectifs observés et attendus, la statistique du Khi-2 et les degrés de liberté. Comparez au seuil de risque 0,05, puis concluez dans le contexte de l'étude.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsagemeau.fr/assets/annales/btsa-gemeau/E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques/2020/BTSA GEMEAU - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - Session 2020 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTSA Gestion et Maîtrise de l\ : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.