Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Corrigé du sujet d'examen - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - BTSA GEMEAU (Gestion et Maîtrise de l'eau) - Session 2018

1. Rappel du contexte du sujet

Ce sujet d'examen porte sur l'analyse de données relatives à un système d'irrigation, en utilisant des méthodes statistiques pour modéliser le coût d'entretien en fonction de l'âge du système. Les étudiants doivent démontrer leur capacité à utiliser des outils mathématiques et statistiques pour interpréter des données réelles.

2. Correction question par question

Exercice 1

Partie A

1) Construction du nuage de points

Les étudiants doivent tracer un nuage de points avec les âges (X) en abscisse et les coûts (Y) en ordonnée. Chaque point correspond à une paire (xi, yi).

Il est important de bien étiqueter les axes et de choisir une échelle appropriée pour représenter les données.

2) Coefficient de détermination r1

Le coefficient de détermination r1 se calcule à partir de la corrélation entre Y et X. Il est donné par la formule :

r1 = 1 - (SS_res / SS_tot)

Où SS_res est la somme des carrés des résidus et SS_tot est la somme totale des carrés.

Après calcul, on obtient r1 = 0,9797. Cela indique que 97,97% de la variance du coût d'entretien peut être expliquée par l'âge du système, ce qui est très significatif.

3) Pertinence de l'ajustement affine

Un ajustement affine est pertinent si le coefficient de détermination r1 est élevé (généralement supérieur à 0,7). Dans ce cas, avec r1 = 0,9797, l'ajustement affine est justifié car il montre une forte corrélation entre les variables.

Partie B

1) Compléter le tableau avec zi

On définit zi = yi / yi (pour i = 1 à 7). Les valeurs de zi seront toutes égales à 1, car on divise par elles-

mêmes.

2) Équation de la droite d'ajustement de Z en X

Pour établir l'équation de la droite d'ajustement, on utilise la méthode des moindres carrés :

On obtient l'équation sous la forme **z = ax + b** avec a et b déterminés par les formules des moindres carrés. Supposons que nous trouvons a = 0.5 et b = 0.2.

3) Coefficient de détermination r2

Le coefficient de détermination r2 est calculé de la même manière que r1. Supposons que nous trouvons r2 = 0,95. Cela signifie que 95% de la variance de Z peut être expliquée par X, ce qui est également très significatif.

4) Compléter les résidus ei

Les résidus sont calculés comme suit : **ei = zi - zi**. Les valeurs doivent être complétées dans le tableau en annexe A.

5) Relation exprimant y en fonction de x

En utilisant l'équation de la droite d'ajustement trouvée précédemment, on peut exprimer y en fonction de x. Par exemple, si l'on a z = 0.5x + 0.2, alors y = e^(0.5x + 0.2).

Partie C

1) Comparaison des modèles

Le modèle basé sur ln(yi) a un coefficient de détermination r32 = 0,9202, ce qui est élevé. Cela indique une bonne adéquation. Comparé aux modèles précédents, celui-ci est le plus pertinent car il explique mieux la variance des données.

2) Estimation du coût en 2018

En supposant que la tendance se poursuit, on peut utiliser le modèle le plus pertinent pour estimer le coût d'entretien en 2018. Si l'âge en 2018 est 8 ans, on substitue x = 8 dans l'équation de la droite.

3) Adaptation du modèle au-delà de 2018

Il est nécessaire de vérifier si le modèle reste adapté au-delà de 2018. On peut le faire en analysant les résidus et en vérifiant s'ils restent aléatoires. Si ce n'est pas le cas, le modèle pourrait ne pas être valable pour des âges plus élevés.

Exercice 2

1) Loi de probabilité de X

X suit une loi binomiale B(n=50, p=0,3) car il s'agit d'un nombre fixe d'essais indépendants avec une probabilité de succès constante.

2) Probabilités des événements A et B

Pour A : P(X = 10) = C(50, 10) * (0,3)^10 * (0,7)^40.
Pour B : P(X ≥ 15) = 1 - P(X ≤ 14) = 1 - Σ P(X = k) pour k=0 à 14.

3) Espérance de X

L'espérance E(X) = n * p = 50 * 0,3 = 15. Cela signifie qu'en moyenne, on s'attend à ce que 15 personnes soient allergiques à la pollution.

4) Nouvelle enquête sur 250 personnes

Pour évaluer si la proportion est restée la même, on peut utiliser un test d'hypothèse. On compare la proportion observée (87/250) à la proportion initiale (30%). Si la p-value est inférieure à 0,05, on rejette l'hypothèse nulle.

Exercice 3

1) Dépendance du niveau de pollution à la situation géographique

On utilise un test du Khi-2 pour vérifier l'indépendance. On calcule le Khi-2 observé et le compare à la valeur critique pour 4 degrés de liberté (k-1) à α = 0,05. Si Khi-2 observé > Khi-2 critique, on rejette l'hypothèse d'indépendance.

3. Petite synthèse finale

Erreurs fréquentes :

- Ne pas justifier les choix de modèles.
- Oublier d'arrondir les résultats comme demandé.
- Ne pas interpréter les coefficients de détermination.

Points de vigilance :

- Bien comprendre les méthodes statistiques utilisées.
- Être précis dans les calculs et les interprétations.

Conseils pour l'épreuve :

- Lire attentivement chaque question.
- Structurer les réponses de manière claire.

- Vérifier les calculs et les arrondis.

© FormaV EI. Tous droits réservés.
Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.