Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTSA GEMEAU

Traitement de données - Toutes options

Session 2016 • Code sujet : **2016-BTS103-RPL-ME-AN-GU-RE** • Durée : **180 minutes**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Régression et modélisation du taux de dégâts des pins maritimes** (4 questions) — **Page 3**
2. **Loi normale et conformité des sacs d'aiguilles de pins** (6 questions) — **Page 5**
3. **Influence du type de paillage sur la production de fraises** (1 question) — **Page 7**
4. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 8**

Sujet officiel (PDF) : https://btsagemeau.fr/assets/annales/btsa-gemeau/E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques/2016/BTSA GEMEAU - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - Session 2016 - 1-Sujet.pdf

1. Régression et modélisation du taux de dégâts des pins maritimes

Après le passage de la tempête Klaus, une étude examine le lien entre la hauteur dominante des pins maritimes et leur taux de dégâts lors de vents violents. Des données partielles puis complètes permettent de comparer un ajustement affine direct à un ajustement affine de la variable logarithmique du taux.

Partie A

Question 1. À partir des premiers résultats, déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.

Les moyennes sont $\bar{x} = 63/6 = 10{,}5$ et $\bar{y} = 2{,}02/6$. La pente vaut $a = \frac{24{,}84 - 63 \times 2{,}02/6}{4+25+100+121+225+400-63\times 63/6} \approx 0{,}017$. Puis $b = \bar{y} - a\bar{x} \approx 0{,}158$. Les coefficients sont arrondis au millième, comme demandé.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 0{,}017x + 0{,}158$

Question 2. Estimer le taux de dégâts d'une forêt de pins maritimes de hauteur dominante de 30 mètres soumise à des vents violents.

On remplace x par 30 dans la droite de régression obtenue en partie A. Avec les coefficients non arrondis, l'estimation est $2{,}02/6 + (3{,}63/213{,}5)(30 - 63/6) \approx 0{,}668$. Les hauteurs observées vont de 2 à 20 mètres : l'estimation à 30 mètres est donc une extrapolation.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour 30 mètres, le taux de dégâts estimé est $0{,}668$, soit $66{,}8\%$.

Partie B

Question 1. Choisir entre les deux modèles d'ajustement proposés et donner des arguments en faveur du choix, en s'appuyant sur les nuages de points et les graphiques des résidus.

On choisit le modèle 2, qui ajuste $Z = \ln Y$ en fonction de X. Son nuage de points est proche d'une droite et ses résidus sont répartis autour de zéro sans tendance nette. Pour le modèle 1, les résidus montrent une organisation plus marquée, avec des écarts positifs puis négatifs. Le modèle 2 décrit donc mieux l'évolution des données.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Choisir le modèle 2 : ajustement affine de $Z = \ln Y$ en fonction de X.

Question 2. Avec l'ajustement choisi, estimer le taux de dégâts pour une hauteur dominante de 30 mètres, puis analyser la différence avec l'estimation obtenue en partie A.

Pour $x = 30$, le modèle 2 donne $z = 0{,}051 \times 30 - 1{,}671 = -0{,}141$. Comme $z = \ln y$, on obtient $y = e^{-0{,}141} \approx 0{,}868$. L'estimation de la partie A était $0{,}668$: le modèle 2 donne environ $0{,}200$ de plus, soit 20 points de pourcentage. Les deux résultats sont des extrapolations.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Modèle 2 : taux estimé $0{,}868$, soit $86{,}8\%$, contre $66{,}8\%$ en partie A.

2. Loi normale et conformité des sacs d'aiguilles de pins

Une usine conditionne des sacs de 70 litres, conformes si leur masse est comprise entre 6,7 kg et 7,3 kg. La masse suit une loi normale : un échantillon de 16 sacs sert à estimer des paramètres, puis des probabilités sont étudiées pour évaluer la conformité et régler la production.

Partie A

Question 1. Déterminer la loi de probabilité de la moyenne des masses d'un échantillon aléatoire simple avec remise de 16 sacs.

Les 16 masses sont des variables indépendantes, car le tirage se fait avec remise. La moyenne de ces variables normales suit elle-même une loi normale. Son espérance est celle de chaque masse, soit μ, et sa variance est la variance individuelle divisée par l'effectif, soit $\sigma^2/16$. Son écart-type vaut donc $\sigma/4$. Cette loi est théorique et s'écrit avec les paramètres inconnus de la production.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> La moyenne des 16 masses suit une loi normale de moyenne μ et de variance $\sigma^2/16$, soit $\overline{X} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2/16)$.

Question 2. À partir des 16 masses relevées, déterminer une estimation ponctuelle de la variance σ² de la production et de la proportion p de sacs non conformes.

Estimation	Calcul	Valeur
Moyenne observée	111,74 / 16	6,984 kg
Variance corrigée	0,438975 / 15	0,029 kg²
Proportion non conforme	2 / 16	0,125

La variance corrigée, calculée avec le diviseur $16-1$, estime sans biais la variance de la production. Parmi les masses relevées, 6,57 kg et 6,68 kg sont inférieures à 6,7 kg. Aucune ne dépasse 7,3 kg. La proportion observée de sacs non conformes est donc le nombre de sacs hors normes divisé par l'effectif total.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> La variance estimée est $0,029\ \text{kg}^2$ et la proportion estimée de sacs non conformes est $0,125$, soit 12,5 %.

Question 3. À partir de l'échantillon, déterminer un intervalle de confiance de la moyenne μ au niveau 0,95.

La masse suit une loi normale, mais sa variance est inconnue : l'intervalle se calcule avec la loi de Student à $16-1=15$ degrés de liberté. Pour un niveau de confiance de 0,95, le quantile bilatéral est $t_{0,975;15}=2,13$, d'après la table. La moyenne observée vaut $6,98375$ kg et l'écart-type corrigé est $\sqrt{0,029265}$ kg. On obtient les bornes en ajoutant et en soustrayant la marge $2,13\sqrt{0,029265}/4$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

L'intervalle de confiance à 95 % de la moyenne est $[6,893\ ;\ 7,075]$ kg, arrondi au millième.

Partie B

Question 1. Avec μ = 7 kg, déterminer la valeur maximale σMax de l'écart-type que le technicien peut régler afin qu'au moins 99,6 % des sacs aient une masse inférieure à 7,4 kg.

La contrainte est $P(X < 7,4) \geq 0,996$, avec $X \sim \mathcal{N}(7, \sigma^2)$. Après centrage-réduction, elle devient $\Phi(0,4/\sigma) \geq 0,996$. Le quantile normal correspondant à 0,996 est environ 2,652. Comme la fonction de répartition est croissante et que $\sigma > 0$, il faut $0,4/\sigma \geq 2,652$, donc $\sigma \leq 0,4/2,652$. La valeur maximale est arrondie au millième de kilogramme.

✓ RÉPONSE À RETENIR

L'écart-type maximal réglable est $\sigma_{\max} \approx 0,151$ kg, pour garantir qu'au moins 99,6 % des masses soient inférieures à 7,4 kg.

Question 2. Avec μ = 7 kg et σ = 0,15 kg, déterminer P(X ≤ 6,77) et interpréter le résultat.

On centre et réduit la masse : $Z = (X - 7)/0,15$. Pour $X = 6,77$, on obtient $z = (6,77 - 7)/0,15 \approx -1,533$. La table fournie donne $\Phi(1,53) = 0,9370$. Par symétrie de la loi normale, $P(Z \leq -1,53) = 1 - 0,9370 = 0,063$. Cette probabilité signifie qu'environ 6,3 % des sacs ont une masse inférieure ou égale à 6,77 kg.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X \leq 6,77) \approx 0,063$: environ 6,3 % des sacs pèsent au plus 6,77 kg.

Question 3. Avec μ = 7 kg et σ = 0,15 kg, déterminer la probabilité que le sac prélevé soit non conforme.

Un sac est non conforme si sa masse est inférieure à 6,7 kg ou supérieure à 7,3 kg. Après centrage-réduction avec $\mu = 7$ et $\sigma = 0,15$, ces limites deviennent respectivement -2 et 2. La table donne $\Phi(2) = 0,9772$, donc chaque queue a une probabilité de $1 - 0,9772 = 0,0228$. Les deux queues étant disjointes, on additionne leurs probabilités. Les bornes strictes ou larges donnent le même résultat, la loi étant continue.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité qu'un sac soit non conforme est d'environ $0,046$, soit 4,6 % de la production.

3. Influence du type de paillage sur la production de fraises

L'association Terre d'Horizon compare la récolte de fraisiers cultivés sur des placettes paillées avec des aiguilles de pins ou protégées par une bâche plastique. Les récoltes sont classées en trois niveaux de satisfaction et les effectifs observés servent à tester l'influence du type de paillage au seuil de risque de 5 %.

Question. Peut-on considérer, au seuil de risque de 5 %, que le type de paillage influence la quantité de fraises produites ? Utiliser les effectifs fournis pour les deux types de paillage et les trois catégories de récolte.

On teste l'indépendance entre le type de paillage et le niveau de récolte. Les effectifs manquants se déduisent des totaux. Sous l'hypothèse d'indépendance, chaque effectif théorique est égal au produit des totaux de sa ligne et de sa colonne, divisé par 200.

Paillage	Très satisfaisante	Satisfaisante	Faible
Bâche plastique	26 (29,150)	47 (53,900)	37 (26,950)
Aiguilles de pins	27 (23,850)	51 (44,100)	12 (22,050)

La statistique observée vaut $\chi^2 = 11{,}048$, avec $(2-1)(3-1) = 2$ degrés de liberté. La valeur critique au seuil de 5 % est 5,991. La statistique étant supérieure à cette valeur, l'indépendance est rejetée.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Oui. Au seuil de 5 %, le type de paillage est associé au niveau de récolte.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2016)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de traitement de données du BTSA, remplacement 2016, code 2016-BTS103-RPL-ME-AN-GU-RE, d'une durée de 180 minutes; aucun coefficient n'est indiqué. Les exercices portent sur les dégâts des pins, la masse de sacs d'aiguilles et le paillage des fraisiers. Ils évaluent la régression, la loi normale, l'estimation, les intervalles de confiance et le test du Khi-deux.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- La droite des moindres carrés modélise une tendance affine; l'étude des résidus aide à apprécier la pertinence de l'ajustement.
- Pour le modèle logarithmique, on ajuste Z = ln(Y) en X, puis on revient à la variable initiale par exponentiation.
- Pour un échantillon de taille n issu d'une population normale, la moyenne suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ/√n.
- Le test du Khi-deux d'indépendance compare les effectifs observés aux effectifs théoriques calculés sous l'hypothèse d'indépendance.

Points de vigilance & attentes du jury

- Ne pas confondre l'écart-type σ des masses et celui de la moyenne d'échantillon, égal à σ/√n.
- Les sacs conformes ont une masse comprise entre 6,7 kg et 7,3 kg; les deux queues correspondent à la non-conformité.
- Pour le test du Khi-deux, reconstituer tous les effectifs du tableau croisé avant de calculer les effectifs théoriques.
- Respecter l'arrondi au 10^{-3} près demandé et interpréter chaque résultat dans le contexte de l'exercice.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment choisir entre les deux modèles de régression proposés ?

Comparez les nuages de points et les résidus. Un modèle est préférable si ses résidus restent proches de zéro sans structure nette. Justifiez le choix à partir des graphiques fournis et de la tendance observée.

Q : Comment calculer une probabilité de conformité avec la loi normale ?

Standardisez chaque borne avec Z = (X − μ)/σ, puis utilisez la fonction de répartition de la loi normale. La conformité est la probabilité entre 6,7 kg et 7,3 kg; la non-conformité comprend les deux extrémités.

Q : Comment organiser les 180 minutes de l'épreuve ?

Les exercices valent respectivement 5,5, 8,5 et 6 points. Vous pouvez répartir le temps en fonction de ces pondérations, sans négliger une vérification finale des calculs, des unités et des arrondis.

Q : Que faut-il présenter pour conclure à un test au seuil de 5 % ?

Formulez les hypothèses, déterminez les effectifs théoriques, calculez la statistique du Khi-deux et comparez-la à la valeur critique adaptée. Concluez explicitement sur l'influence du paillage dans le contexte de l'expérience.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsagemeau.fr/assets/annales/btsa-gemeau/E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques/2016/BTSA GEMEAU - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - Session 2016 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTSA Gestion et Maîtrise de l\ : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.