Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTSA GEMEAU

Traitement de données, toutes options

Session 2015 • Code sujet : **2015-BTS103-RPL-ME-RE** • Durée : **3 heures**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Évolution des ventes de poêles à granulés et ajustement statistique (10 questions) **Page 3**

2. Contrôle du diamètre des granulés et certification (5 questions) **Page 7**

3. Contrôle de la qualité de sacs de granulés (3 questions) **Page 9**

4. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btsagemeau.fr/assets/annales/btsa-gemeau/E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques/2015/BTSA GEMEAU - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - Session 2015 - 1-Sujet.pdf

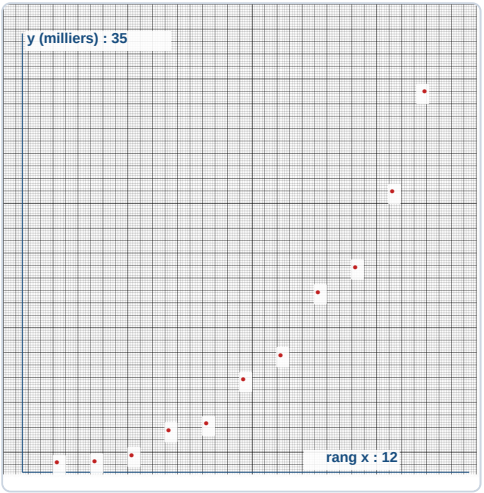
1. Évolution des ventes de poêles à granulés et ajustement statistique

Une étude de l'ADEME recense les ventes annuelles de poêles à granulés entre 2000 et 2010, exprimées en milliers d'appareils. Les données servent à comparer des transformations statistiques, choisir un ajustement et estimer les ventes en 2020.

Question 1. À partir du tableau des rangs des années et des ventes annuelles, construire dans un repère orthogonal le nuage de points Mi(xi, yi), en utilisant le papier millimétré fourni avec le sujet.

Placer le rang de l'année sur l'axe horizontal et le nombre vendu, en milliers, sur l'axe vertical. Les onze points sont reportés sur le papier millimétré de la page physique 6. Le visuel utilise une échelle horizontale de 0 à 12 et une échelle verticale de 0 à 35 milliers, adaptées aux valeurs du tableau. Les points restent isolés : il ne faut pas les relier, car ils représentent les ventes observées pour des années distinctes.

Nuage des ventes annuelles



✓ RÉPONSE À RETENIR

Nuage à placer : (1 ; 0,4), (2 ; 0,5), (3 ; 1), (4 ; 3), (5 ; 3,5), (6 ; 7), (7 ; 9), (8 ; 14), (9 ; 16), (10 ; 22), (11 ; 30).

Question 2. À partir du nuage obtenu, déterminer si un ajustement linéaire semble envisageable et justifier la réponse.

Le nuage est croissant, mais les points ne sont pas approximativement alignés autour d'une droite. Les écarts verticaux entre ventes successives augmentent nettement : la hausse est faible au début, puis beaucoup plus forte vers la fin de la période. Une droite ajusterait donc mal les ventes exprimées directement en milliers d'appareils. Il est pertinent d'étudier une transformation des données, qui peut rendre le nuage plus proche d'un alignement.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Non : la croissance des ventes s'accélère et le nuage des valeurs observées n'est pas approximativement aligné sur une droite.

a

Question 3.a. En posant ti = ln yi pour tout entier i de 1 à 11, déterminer à l'aide de la calculatrice le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et T.

On calcule les onze valeurs transformées par la formule $t_i = \ln(y_i)$, puis le coefficient de corrélation de Pearson entre les rangs x_i et ces valeurs. Les ventes sont toutes strictement positives, donc les logarithmes sont définis. La calculatrice donne un coefficient positif et élevé, mais moins proche de 1 que celui obtenu pour la transformation en racine carrée à la question suivante. Cette valeur permet de comparer la qualité des deux ajustements linéaires.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le coefficient de corrélation linéaire entre X et T vaut environ 0,9785, à l'arrondi à quatre décimales.

b

Question 3.b. En posant zi = √(yi - 0,4) pour tout entier i de 1 à 11, déterminer à l'aide de la calculatrice le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Z.

Pour chaque vente, on calcule $z_i = \sqrt{y_i - 0,4}$, puis on détermine la corrélation linéaire entre les onze valeurs de z_i et les rangs. La quantité sous la racine est positive ou nulle pour toutes les données du tableau. Le coefficient obtenu est très proche de 1 : les points transformés sont donc fortement associés de manière linéaire. Ce résultat sera comparé à celui de la transformation logarithmique.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le coefficient de corrélation linéaire entre X et Z vaut environ 0,9963, à l'arrondi à quatre décimales.

c

Question 3.c. En vous appuyant sur les représentations graphiques fournies et sur les résultats des questions 3.a et 3.b, justifier que l'ajustement linéaire le plus pertinent est celui entre les variables X et Z.

Les deux graphiques fournis montrent des nuages croissants. Celui de (X, Z) est plus régulièrement disposé autour de sa droite d'ajustement que celui de (X, T). Les coefficients confirment cette observation : 0,9963 est plus proche de 1 que 0,9785. Les deux critères, graphique et numérique, conduisent donc au même choix. La transformation par racine carrée permet le meilleur ajustement linéaire parmi les deux transformations étudiées.

- Nuage de (X, Z) : alignement plus net.
- Corrélation de (X, Z) : plus proche de 1.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On retient l'ajustement linéaire de Z en X : le nuage est plus aligné et son coefficient vaut environ 0,9963.

Question 4. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de Z en X.

La régression de Z en X a pour pente le quotient de la somme des produits centrés par la somme des carrés centrés des rangs : $59,376236/110 \approx 0,539784$. La moyenne des rangs vaut 6 et la moyenne des valeurs transformées vaut environ 2,517386. La droite de régression passe par le point moyen, donc son ordonnée à l'origine est $2,517386 - 6 \times 0,539784 \approx -0,721318$. Les coefficients sont arrondis pour l'écriture de l'équation.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Une équation de la droite d'ajustement de Z en X est $\hat{z} = 0,5398x - 0,7213$.

a

Question 5.a. Les résidus sont définis par ei = zi - ẑi, où ẑi est estimé à l'aide de l'équation de la droite de régression. Calculer ces résidus.

Pour chaque rang, on calcule la valeur estimée par la droite de régression, puis on applique la définition $e_i = z_i - \hat{z}_i$. Les résidus ci-dessous sont arrondis au millième. Les valeurs estimées ont été obtenues avec les coefficients non arrondis de la droite, ce qui évite que l'arrondi affiché de l'équation ne modifie sensiblement les derniers chiffres.

Rang x	Résidu e
1	0,182
2	-0,042
3	-0,123
4	0,175
5	-0,217
6	0,052
7	-0,125
8	0,091
9	-0,187
10	-0,029
11	0,224

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour les rangs 1 à 11, les résidus arrondis au millième sont : 0,182 ; -0,042 ; -0,123 ; 0,175 ; -0,217 ; 0,052 ; -0,125 ; 0,091 ; -0,187 ; -0,029 ; 0,224.

b

Question 5.b. Expliquer en quoi les résultats obtenus pour les résidus confirment l'ajustement choisi.

Les résidus prennent des signes positifs et négatifs : les observations se trouvent donc de part et d'autre de la droite. Ils ne suivent pas une alternance stricte, mais aucune tendance persistante d'un seul signe n'apparaît. Leur amplitude maximale, environ 0,224, reste faible devant l'étendue des valeurs transformées, de 0 à environ 5,44. Cela confirme que la droite représente de façon satisfaisante la tendance linéaire du nuage transformé, sans signifier que chaque point est exactement sur la droite.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Les résidus restent faibles et changent de signe : ils confortent ainsi la pertinence de l'ajustement linéaire de Z en X.

Question 6. Déduire de l'équation obtenue à la question 4 une expression de y en fonction de x.

La variable transformée est définie par $z = \sqrt{y - 0,4}$. En remplaçant z par l'estimation issue de la droite, on obtient $\sqrt{y - 0,4} \approx 0,5398x - 0,7213$. On élève alors au carré, puis on ajoute 0,4. Le modèle exprime y, donc les ventes en milliers d'appareils, en fonction du rang x. Il s'agit d'une estimation, et non d'une relation exacte entre les ventes observées et le rang.

$$y = 0,4 + (0,5398x - 0,7213)^2$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le modèle des ventes, exprimées en milliers d'appareils, est $y = 0,4 + (0,5398x - 0,7213)^2$.

Question 7. À l'aide du modèle obtenu, estimer le nombre de poêles à granulés vendus en 2020.

Le rang 1 correspond à 2000 ; ainsi, 2020 correspond au rang $x = 21$. On substitue ce rang dans le modèle, qui donne $z \approx 0,5398 \times 21 - 0,7213 \approx 10,6145$. Puis $y \approx 0,4 + 10,6145^2 \approx 113,07$. Comme les ventes sont exprimées en milliers, cette valeur représente un peu plus de 113 000 appareils. L'estimation extrapole la tendance observée jusqu'en 2010.

1. Rang de l'année 2020 : 21.
2. Ventes estimées : environ 113,07 milliers.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le modèle prévoit environ 113,1 milliers de poêles vendus en 2020, soit près de 113 000 appareils.

2. Contrôle du diamètre des granulés et certification

Une usine souhaite vérifier si le diamètre de ses granulés lui permet de prétendre aux certifications DINplus ou ENplus. Le diamètre est modélisé par une loi normale, et l'exercice étudie l'estimation de sa moyenne ainsi que des probabilités liées aux exigences de certification.

Partie A

Question 1. Un échantillon aléatoire simple de 300 granulés présente une moyenne de diamètre de 6,05 mm. Déterminer une estimation ponctuelle du diamètre moyen μ de la production.

L'estimation ponctuelle de la moyenne de la production est la moyenne calculée sur l'échantillon. Ici, les 300 granulés mesurés ont un diamètre moyen de 6,05 mm. Cette moyenne observée sert donc directement d'estimation de μ. Elle renseigne sur le diamètre moyen de la production, sans supposer que chaque granulé mesure 6,05 mm.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\widehat{\mu} = 6{,}05$ mm.

Question 2. Pour l'échantillon de 300 granulés, la moyenne est 6,05 mm et l'écart type est 0,5 mm. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de μ au niveau de confiance 0,95.

Pour un échantillon de taille 300, on estime l'intervalle de confiance à 95 % par $\bar{x} \pm 1{,}96\, s/\sqrt{n}$. Avec la moyenne 6,05 mm et l'écart type 0,5 mm, la marge d'erreur vaut $1{,}96 \times 0{,}5/\sqrt{300} \approx 0{,}0566$ mm. On retranche cette marge à la moyenne pour la borne inférieure et on l'ajoute pour la borne supérieure. Les bornes sont arrondies au centième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> IC à 95 % : [5,99 ; 6,11] mm.

Partie B

Question 1. Dans cette partie, on considère que μ = 6 et σ = 0,4. Pour un granulé prélevé au hasard dans la production, calculer la probabilité que son diamètre soit supérieur à 7 mm.

On centre et réduit le diamètre : $U = (X - 6)/0{,}4$, donc U suit la loi normale centrée réduite. Le seuil de 7 mm correspond à $(7 - 6)/0{,}4 = 2{,}5$. Le tableau donne $P(U \leq 2{,}5) = 0{,}9938$. La probabilité d'un diamètre supérieur à 7 mm est la probabilité complémentaire, obtenue en retranchant cette valeur de 1.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X > 7) \approx 0{,}0062$, soit 0,62 %.

Question 2. La certification DINplus ou ENplus exige que 90 % de la production ait un diamètre compris entre 5,5 et 6,5 mm. Déterminer si l'entreprise peut prétendre à ces certifications.

Les diamètres limites, 5,5 mm et 6,5 mm, sont chacun à 0,5 mm de la moyenne 6 mm. Après centrage-réduction, l'intervalle devient $[-1{,}25; 1{,}25]$. Le tableau donne $\Phi(1{,}25) = 0{,}8944$. Par symétrie, la proportion comprise dans cet intervalle vaut $2 \times 0{,}8944 - 1 = 0{,}7888$. Cette proportion est inférieure au seuil de 90 % requis pour obtenir la certification.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : environ 78,9 % des granulés sont dans l'intervalle demandé, contre 90 % exigés.

Question 3. Déterminer le réel a tel que P(6 - a ≤ X ≤ 6 + a) ≥ 0,9, puis donner sa valeur arrondie au centième.

L'intervalle est centré sur la moyenne 6 mm. Pour couvrir au moins 90 % de la loi normale, il faut laisser au plus 0,05 dans chaque extrémité, donc chercher le quantile tel que $\Phi(u) = 0{,}95$. Le tableau encadre ce quantile entre 1,64 et 1,65; il vaut environ 1,645. La demi-largeur minimale est donc $a = 1{,}645 \times 0{,}4$. Toute valeur supérieure de a convient également.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La plus petite valeur convenable est $a \approx 0{,}66$ mm.

3. Contrôle de la qualité de sacs de granulés

La société BOI'SUP conditionne des granulés de bois en sacs de 15 kg et considère un sac de qualité optimale si son taux d'humidité est inférieur à 10 %. Un échantillon aléatoire de 50 sacs est contrôlé, avec une probabilité de qualité optimale de 0,80 pour chaque sac.

Question 1. Déterminer la loi de probabilité de X, nombre de sacs de qualité optimale parmi les 50 sacs prélevés, et préciser ses paramètres.

Chaque sac constitue une épreuve de Bernoulli : « qualité optimale » est le succès, de probabilité 0,80. Pour 50 sacs contrôlés, le nombre de succès suit donc une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,80.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(50\,;\,0{,}80)$.

Question 2. Indiquer par quelle loi on peut approcher la loi de X et justifier cette approximation.

On peut approcher cette loi binomiale par une loi normale de même moyenne et de même variance. Les effectifs théoriques des deux catégories sont suffisamment grands :

- Qualité optimale : $np = 50 \times 0{,}80 = 40$.
- Qualité non optimale : $n(1-p) = 50 \times 0{,}20 = 10$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Approximation par une loi normale de moyenne 40 et d'écart type $\sqrt{8}$, soit de variance 8.

Question 3. En utilisant l'approximation précédente, calculer la probabilité d'obtenir plus de 35 sacs de qualité optimale parmi les 50 prélevés.

Avec la correction de continuité, « plus de 35 » devient $Y > 35{,}5$, où Y suit la loi normale de moyenne 40 et de variance 8. Le score réduit vaut $(35{,}5 - 40)/\sqrt{8} \approx -1{,}59$. Par symétrie et d'après la table, $P(X > 35) \approx \Phi(1{,}59) = 0{,}9441$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X > 35) \approx 0{,}9441$, soit environ $94{,}4\,\%$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2015)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de Traitement de données du BTSA, session de remplacement 2015, porte le code 2015-BTS103-RPL-ME-RE et dure trois heures; aucun coefficient n'est imprimé. Elle étudie les ventes de poêles à granulés, le diamètre nécessaire à leur certification et la qualité de sacs. Les compétences évaluées couvrent les ajustements, la régression, l'estimation, les lois normales et binomiales.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Le coefficient de corrélation mesure l'intensité de la liaison linéaire entre deux variables; le nuage aide à choisir une transformation.
- La méthode des moindres carrés détermine la droite qui minimise la somme des carrés des écarts entre valeurs observées et estimées.
- Pour X suivant une loi normale N(μ, σ), la standardisation Z = (X - μ)/σ permet d'utiliser la fonction de répartition normale centrée réduite.
- Le nombre de succès dans n essais indépendants de probabilité p suit une loi binomiale B(n, p); l'approximation normale se justifie lorsque np et n(1-p) sont suffisants.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les transformations demandées et vérifier que les valeurs logarithmées sont définies.
- Pour une régression, donner une équation exploitable et calculer les résidus selon la définition fournie.
- Pour une probabilité normale, standardiser correctement et distinguer une probabilité à gauche d'une probabilité de queue.
- Pour l'approximation binomiale, préciser les paramètres de la loi approchante et traduire correctement « plus de 35 ».

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment choisir entre plusieurs transformations pour linéariser une série ?

Comparez les nuages transformés et les coefficients de corrélation obtenus. L'ajustement le plus pertinent présente des points proches d'une droite et une corrélation linéaire forte; les résidus permettent ensuite de contrôler la qualité du modèle.

Q : Comment calculer une probabilité de diamètre à partir d'une loi normale ?

Soustrayez la moyenne à la valeur étudiée, puis divisez par l'écart type pour obtenir une valeur centrée réduite. Lisez la fonction de répartition dans le tableau et utilisez la symétrie ou le complément à 1 selon l'événement.

Q : Comment organiser les trois heures pour traiter les exercices ?

Répartissez le temps en fonction des points : 9 pour l'exercice 1, 7 pour l'exercice 2 et 4 pour l'exercice 3. Gardez quelques minutes pour vérifier les calculs, les unités, les arrondis et les réponses formulées.

Q : Que faut-il montrer pour justifier une approximation normale d'une loi binomiale ?

Identifiez d'abord la loi binomiale et ses paramètres n et p. Vérifiez ensuite que np et n(1-p) sont suffisamment grands pour justifier l'approximation, puis indiquez les paramètres de la loi normale utilisée.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsagemeau.fr/assets/annales/btsa-gemeau/E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques/2015/BTSA GEMEAU - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - Session 2015 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTSA Gestion et Maîtrise de l\ : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.