



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV®](#)

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

www.formav.co/explorer

Corrigé du sujet d'examen - E3 - Mathématiques, sciences physiques et chimiques - BTSA GEMEAU (Gestion et Maîtrise de l\)

- Session 2014

1. Rappel du contexte

Ce sujet d'examen porte sur l'analyse statistique et probabiliste, avec un accent sur la régression linéaire et les lois de probabilité. Les exercices traitent des populations de pins parasités et de la commercialisation d'oliviers, ce qui est pertinent pour les étudiants en gestion et maîtrise de l'environnement.

Correction question par question

EXERCICE 1

1. a. Coefficient de corrélation linéaire

La question demande de calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X (année) et Y (nombre de pins parasités). Pour cela, on utilise la formule du coefficient de corrélation de Pearson :

$$r = \frac{\sum((x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}))}{\sqrt{(\sum(x_i - \bar{x})^2 * \sum(y_i - \bar{y})^2)}}$$

Après calcul, on obtient :

$$r \approx -0,97$$

Ce résultat indique une forte corrélation négative, ce qui signifie que l'augmentation de l'année est associée à une diminution du nombre de pins parasités.

1. b. Équation de la droite d'ajustement

Pour déterminer l'équation de la droite de régression, nous utilisons la méthode des moindres carrés :

- Calculer les moyennes \bar{x} et \bar{y} .
- Calculer les coefficients a (pente) et b (ordonnée à l'origine) :
- $a = r * (s_y / s_x)$
- $b = \bar{y} - a * \bar{x}$

Après calcul, on obtient :

$$\hat{y} = -15,36x + 183,36$$

Les coefficients sont arrondis à 10^{-2} près.

2. a. Résidus de la régression

Pour compléter le tableau des résidus, nous devons calculer \hat{y}_i pour chaque x_i :

- Pour $x_1 = 1$: $\hat{y}_1 = -15,36 * 1 + 183,36 = 168,00$
- Pour $x_2 = 2$: $\hat{y}_2 = -15,36 * 2 + 183,36 = 152,64$
- Pour $x_3 = 3$: $\hat{y}_3 = -15,36 * 3 + 183,36 = 137,28$
- Pour $x_4 = 4$: $\hat{y}_4 = -15,36 * 4 + 183,36 = 121,92$
- Pour $x_5 = 5$: $\hat{y}_5 = -15,36 * 5 + 183,36 = 106,56$
- Pour $x_6 = 6$: $\hat{y}_6 = -15,36 * 6 + 183,36 = 91,20$

- Pour $x_7 = 7$: $\hat{y}_7 = -15,36 * 7 + 183,36 = 75,84$
- Pour $x_8 = 8$: $\hat{y}_8 = -15,36 * 8 + 183,36 = 60,48$
- Pour $x_9 = 9$: $\hat{y}_9 = -15,36 * 9 + 183,36 = 45,12$
- Pour $x_{10} = 10$: $\hat{y}_{10} = -15,36 * 10 + 183,36 = 29,76$

Les résidus e_i sont calculés comme suit :

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

Les valeurs complètes sont :

- $\hat{y}_1 = 168,00$, $e_1 = 171 - 168,00 = 3,00$
- $\hat{y}_2 = 152,64$, $e_2 = 155 - 152,64 = 2,36$
- $\hat{y}_3 = 137,28$, $e_3 = 141 - 137,28 = 3,72$
- $\hat{y}_4 = 121,92$, $e_4 = 120 - 121,92 = -1,92$
- $\hat{y}_5 = 106,56$, $e_5 = 100 - 106,56 = -6,56$
- $\hat{y}_6 = 91,20$, $e_6 = 88 - 91,20 = -3,20$
- $\hat{y}_7 = 75,84$, $e_7 = 75 - 75,84 = -0,84$
- $\hat{y}_8 = 60,48$, $e_8 = 59 - 60,48 = -1,48$
- $\hat{y}_9 = 45,12$, $e_9 = 45 - 45,12 = -0,12$
- $\hat{y}_{10} = 29,76$, $e_{10} = 35 - 29,76 = 5,24$

2. b. Propriété de la moyenne des résidus

La moyenne des résidus doit être égale à zéro :

$$\sum e_i = 0$$

Pour vérifier, on additionne tous les résidus calculés. Si la somme est proche de zéro, la propriété est vérifiée.

3. Disparition des parasites

Pour déterminer à partir de quelle année les parasites auront disparu, on observe la tendance des données. En utilisant l'équation de régression, on peut estimer que lorsque $\hat{y}_i = 0$, cela correspond à la disparition des parasites :

$$0 = -15,36x + 183,36 \implies x \approx 12$$

Donc, les parasites devraient disparaître après l'année 2010.

EXERCICE 2

Partie A

1. Estimation ponctuelle de p

On a replanté 120 jeunes oliviers et 90 ont été commercialisables, donc :

$$p \approx 90/120 = 0,75$$

1. b. Approximation de la loi de probabilité de F

F suit une loi binomiale $B(n=120, p=0,75)$.

1. c. Estimation par intervalle de confiance

Pour un niveau de confiance de 0,95, on utilise la formule :

$$IC = \hat{p} \pm z * \sqrt{(\hat{p}(1-\hat{p})/n)}$$

Avec $z \approx 1,96$ pour 95% de confiance :

$$IC \approx 0,75 \pm 1,96 * \sqrt{(0,75 * 0,25 / 120)}$$

Calculons cela pour obtenir l'intervalle.

2. Variable aléatoire X

2. a. Justification de la loi binomiale

La variable X suit une loi binomiale $B(n=300, p=0,75)$ car chaque olivier a une probabilité indépendante d'être commercialisable.

2. b. Espérance et écart type

$$E(X) = n * p = 300 * 0,75 = 225$$

$$\sigma(X) = \sqrt{(n * p * (1-p))} = \sqrt{(300 * 0,75 * 0,25)} \approx 8,66$$

2. c. Approximations de la loi de X

Pour un grand n, on peut approximer X par une loi normale $N(225, 8,66)$.

2. d. Probabilités des événements

Pour calculer les probabilités, on utilise la loi normale :

- A : « De 210 à 240 oliviers seront commercialisables »
- B : « Plus de 80 % des oliviers seront commercialisables »

On transforme les valeurs en scores z et on utilise la table de la loi normale pour trouver les probabilités.

Partie B

Pour le test d'hypothèse, on utilise le test du Khi2 :

On doit construire un tableau de contingence et calculer la statistique de test. On compare ensuite à la valeur critique pour un seuil de 0,05.

Partie C

1. Loi de X

X suit une loi normale $N(120, 7/\sqrt{25}) = N(120, 1,4)$.

2. Probabilité $P(X < 116,5)$

On transforme en score z :

$$z = (116,5 - 120) / 1,4 \approx -2,5$$

On utilise la table de la loi normale pour trouver $P(Z < -2,5)$.

Petite synthèse finale

Erreurs fréquentes :

- Ne pas vérifier les conditions d'application des lois de probabilité.
- Oublier d'arrondir les résultats aux bonnes décimales.
- Ne pas justifier les réponses avec des calculs clairs.

Points de vigilance :

- Bien comprendre les concepts de corrélation et de régression.
- Être à l'aise avec les calculs de probabilités et les intervalles de confiance.

Conseils pour l'épreuve :

- Lire attentivement chaque question et identifier les données importantes.
- Organiser les calculs de manière claire et structurée.
- Vérifier les réponses avant de rendre la copie.

© FormaV EI. Tous droits réservés.

Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.